

# 基于 MOSFET PDE 模型的射频自治电路周期稳态算法研究

来金梅, 武新宇, 任俊彦, 章倩苓, Omar Wing

(复旦大学专用集成电路与系统国家重点实验室, 上海 200433)

摘要: 本文研究了基于 MOSFET PDE 模型的射频自治电路周期稳态求解算法. 采用该算法仿真典型的 Colpitts 振荡器电路, 得到电压波形和工业界公认标准器件仿真器 MEDICI 瞬态模拟得到电压波形具有很好的一致性.

关键词: 射频自治电路; 金属氧化物半导体场效应晶体管偏微分方程; 周期稳态分析

中图分类号: TP311 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2003) 08-1252-03

## Studying on the Periodic Steady State Algorithm of RF Autonomous Circuits Based on the MOSFET PDE Model

LAI Jinmei, WU Xin2yu, REN Jun2yan, ZHANG Qian2ling, OMAR Wing

(ASIC and System State Key Laboratory, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Based on the MOSFET PDE model we present a new iterative algorithm for the periodic steady state analysis of RF autonomous circuits. We illustrate the new algorithm with the simulation of a Colpitts oscillator. The results are compared with those obtained by MEDICI.

Key words: RF autonomous circuit; MOSFET PDE; periodic steady state solution

### 1 引言

振荡器之类的自治电路为时间和相位提供了基准信号, 是现代电子系统不可缺少的电路之一. 随着特征尺寸的不断缩小、工艺技术的不断发展, MOS 器件的速度已经达到了射频 (RF, Radio Frequency) 电路的要求, 更引人注目的是, CMOS 工艺技术的发展使无线通讯系统的低功耗、低价格、单片集成成为可能, 因此, 核心电路))) 射频振荡器的可靠设计、分析也成了当今无线通讯领域的专家学者必须解决的首要难题之一. 在 RF 频段, 芯片流片前, 必须要进行性能仿真, 从而保证芯片的投片成功<sup>[1, 2]</sup>. 然而, 采用已有的基于简单分区描述的 MOSFET 模型的算法对电路进行分析, 只能得到不精确甚至是错误的结果<sup>[3]</sup>. 因此, 研究基于器件基本物理特性的周期稳态仿真电路算法对射频电路设计乃至单片无线通讯系统的快速集成具有十分重要的意义<sup>[4, 5, 9]</sup>.

以前的论文中<sup>[6]</sup>, 我们已经给出了基于 MOSFET PDE (PDE, Partial Differential Equations) 模型的非自治电路周期稳态求解的求解算法. 对于自治电路, 若采用文[6]的算法还是将电路解耦为常微分方程 (ODE, Ordinary Differential Equations) 描述的电路和 PDE 描述的晶体管电路, 然后分别计算将会遇到巨大的困难: 求解 ODE 的边值问题往往无法得到收敛的结果, 同时 ODE 和 PDE 之间的松弛迭代也时常呈现发散的趋势, 为此, 本文对它进行了改进和提高, 使它适合于自治系统.

自治系统是一个耦合紧密的系统, 需要把 ODE 和 PDE 紧密地耦合起来. 在电路的描述上, 我们仍然将晶体管和外部网络分别用 PDE 和 ODE 描述, 但是在计算方法上, 我们把 PDE 的求解过程嵌入到计算 ODE 的边值问题 (BVP, Boundary Value Problem) 的过程之中, 也就是说我们不再把外电路作为一个独立的部分来求解其周期稳态响应. 具体地说, 首先给定电路状态变量的初始值, 在求解 ODE 的初值问题 (IVP, Initial Value Problem) 的时候, 仍然将晶体管作为独立电流源看待, 用周期替换适当的状态变量. 求出外电路状态变量在一个周期末端点的值及周期之后, 再用 Newton 方法计算下次迭代的电路状态变量初始值和并修正周期. 随后, 与以前算法直接开始下一次迭代. 不同的是, 我们从修正后的电路状态变量中求出 PDE 的边界条件, 直接开始求解晶体管的电流. 待到晶体管的电流求出, 再将其作为修正后的独立电流源代入外电路中, 与先前求出的修正后的电路状态变量初始值和周期一起, 开始下一个迭代过程. 从电路描述角度看, 晶体管和外电路是分离的, 但是从计算角度看, 两者又是紧密耦合的, 它在计算外电路周期稳态响应的过程之中, 插入了对独立电流源的修正, 而这个独立电流源来自于求解晶体管的 PDE 方程. 下面我们将以典型的 Colpitts 振荡器为例<sup>[10]</sup>说明该算法.

### 2 电路方程

晶体管方程描述如下<sup>[4-6, 9]</sup>:

(1) 电流方程:

就 n 沟道 MOSFET 而言, 设 x 轴是由源端 (x = 0) 指向漏端 (x = L, L 为沟道长度), 沟道电流 i(x, t) 为:

$$i(x, t) = - W L q(x, t) \frac{9u(x, t)}{9x} + W L v_t \frac{9u(x, t)}{9x} \quad (1)$$

其中: W 是沟道宽度, L 是电子迁移率, v<sub>t</sub> 热电势, q(x, t) 为沟道中的电子面密度, u(x, t) 为沟道表面处的电势.

(2) 电流连续性要求:

$$\frac{9q(x, t)}{9t} = \frac{1}{W} \frac{9i(x, t)}{9x} \quad (2)$$

(3) 沟道中的电子面密度 q(x, t) 和沟道表面处的电势 u(x, t) 之间的关系式为:

$$q(x, t) = - C_{ox} (v_{gb} - V_{FB} - u(x, t) - V_{DP} \frac{u(x, t)}{|u(x, t)|}) \sqrt{e^{-u(x, t)/v_t} - 1 + \frac{u(x, t)}{v_t}} \quad (3)$$

其中: v<sub>t</sub> 是热电压, 常温下约为 0.0259V, C<sub>ox</sub> 为单位面积的栅氧化层电容, V<sub>FB</sub> 为平带电压, V<sub>DP</sub> 是由衬底掺杂浓度 N<sub>A</sub> 所确定的常数, 即:

$$V_{DP} = \frac{\sqrt{2qN_A v_t F_s}}{C_{ox}}$$

由于当 v<sub>gb</sub>F 0 时, u(x, t) 为负, 所以我们在方程(3)中保持了  $\frac{u(x, t)}{|u(x, t)|}$  这一项<sup>[9]</sup>.

(4) 边界条件 u(0, t) 和 u(L, t) 可以根据下式确定:

$$\begin{cases} g(v_{gb}(t), u(0, t), v_s(t)) = 0 \\ g(v_{gb}(t), u(L, t), v_d(t)) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中, v<sub>d</sub>(t) 和 v<sub>s</sub>(t) 分别是漏端和源端电压, v<sub>f</sub> 为费米势. g(v<sub>gb</sub>(t), u(x, t), v(t)) 可按下式定义:

$$g(v_{gb}(t), u(x, t), v(t)) = v_{gb} - V_{FB} - u(x, t) - V_{DP} \frac{u(x, t)}{|u(x, t)|} \# [ e^{-\frac{u(x, t)}{v_t}} - 1 + \frac{u(x, t)}{v_t} + e^{-\frac{2v_f}{v_t}} \# e^{\frac{u(x, t) - v(t)}{v_t}} - e^{\frac{v(t)}{v_t}} - \frac{u(x, t)}{v_t} ]^{1/2}$$

(5) 漏电流和源电流

表面势一旦被确定, 由式(3)就可以得到电子面密度, 再由式(1)就可以得到晶体管电流, 从而漏电流和源电流就可以确定:

$$i_d = i(L, t) \quad i_s = i(0, t) \quad (5)$$

由此可见, 根据端电压我们可以得到晶体管电流.

自治电路中无源部分电路方程可描述为:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + BI_T(t) + CE(t) S f(x(t)) \quad (6)$$

式(6)中 x(t) 是节点电压(包括晶体管的漏源端电压)、电感电流和周期变量组成的状态矢量, A, B 和 C 是常数矩阵. I<sub>T</sub>(t) 是晶体管端电流矢量, E(t) 是直流(DC, Direct Current)激励矢量, f(x(t)) 是连续矢量, 并且关于 x 的一阶偏微分也连续.

晶体管和 R、L、C 电路分离, 把 PDE 描述的晶体管方程从整个复杂系统中分离出来, 可以采取相对独立的算法求解

PDE 子系统, 这样处理不但具有很好的并行性, 而且迭代稳定性高、解精确、存储量大.

### 3 周期稳态自治算法

由于我们关心的是周期稳态解, 所以规定: 在以下讨论中只研究稳态时单个周期的解. 需要说明的是, 对自治电路来说, 周期的大小是一个未知数, 必须在模拟过程中求解.

在本算法中, 先给出周期、源端和漏端电压波形的初始猜测, 采用 MATLAB 的 pdepe 函数解 PDE 方程, 可以得到晶体管电流, 一旦知道了晶体管端电流波形, 再给定状态变量矢量的初值, 采用 ODE 的 IVP 求解器(如 MATLAB 的 ode45 等)就可以得到电路状态变量 x(t) 了. 再采用 Newton 方法计算下次迭代的电路状态变量初始值, 并修正周期, 然后, 从修正后的电路状态变量中求出 PDE 的边界条件, 直接开始求解晶体管的电流(晶体管被认为是电流源), 待到晶体管的电流求出, 再将其作为修正后的电流源代入外电路中, 与先前求出的修正后的电路状态变量初始值和周期一起, 开始下一个迭代, 直到收敛, 具体迭代过程可以按下步骤进行:

- step1 给出周期 T<sup>0</sup> 的初始猜测, v<sub>d</sub><sup>0</sup>(t), v<sub>s</sub><sup>0</sup>(t) (t I [0, T<sup>0</sup>]) 的初始波形.
- step2 从式(4)中计算边界条件 u<sup>k</sup>(L, t) 和 u<sup>k</sup>(0, t)
- step3 解 PDE 得到 u<sup>k</sup>(x, t) 和 q<sup>k</sup>(x, t), x I [0, L], t I [0, T<sup>k</sup>].
- step4 从式(1)中得到新的源、漏电流, 分别为 i<sub>d</sub><sup>k+1</sup>(t) = i<sub>d</sub><sup>k</sup>(L, t), i<sub>s</sub><sup>k+1</sup>(t) = i<sub>s</sub><sup>k</sup>(0, t)
- step5 给定初始状态变量 x<sup>k</sup>(0), 解方程(6)的 IVP 得到电路状态矢量 x<sup>k+1</sup>(t) (DC 解可以作为 x<sup>k</sup>(0) 的首次初始猜测).
- step6 从 x<sub>k+1</sub>(t) 中可以得到晶体管电压波形 v<sub>d</sub><sup>k+1</sup>(t), v<sub>s</sub><sup>k+1</sup>(t).
- step7 计算 Jacobian 矩阵 J(T<sup>k</sup>, x<sup>k</sup>(0), x<sup>k</sup>(T<sup>k</sup>))
- step8 用 Newton 迭代法更新初始状态变量矢量 x<sup>k+1</sup>(0) 和 T<sup>k+1</sup>.
- step9 通过 + f(x<sup>i</sup>(T<sup>i</sup>)) + = max<sub>k</sub>(f<sub>k</sub>(x<sup>i</sup>(T<sup>i</sup>))) 选择 i 值, 产生下次迭代的状态矢量.
- step10 返回 step2, 直到 + v<sub>d</sub><sup>k+1</sup>(t) - v<sub>d</sub><sup>k</sup>(t) + F E<sub>1</sub>, + x<sup>k</sup>(T<sup>k</sup>, x<sub>0</sub><sup>k</sup>) - x<sub>0</sub><sup>k</sup>(t) + F E<sub>2</sub>, 迭代结束. E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub> 是收敛容差.

### 4 模拟实例

我们对 RF 电路中典型的 Colpitts 振荡器<sup>[10]</sup>进行模拟, 电路结构及其参数如图 1 所示:

晶体管参数如下:

- W = 500Lm L = 0l 5Lm
- L = 700  $\frac{cm^2}{VS}$
- N<sub>A</sub> = 10<sup>21</sup>/m<sup>3</sup> v<sub>t</sub> = 0.0259V
- V<sub>cent</sub> = 0l 56V

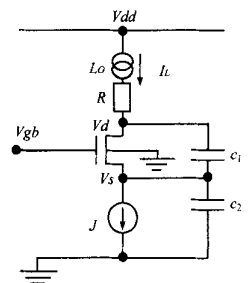


图 1 Colpitts 振荡器

$$Q_0 = 10^{-4} \text{Coulomb/m}^2$$

其他电路参数:

$$L_0 = 61332 @ 10^{-9} \text{Henry} \quad R = 1 \text{Ohm}$$

$$C_1 = 5 @ 10^{-12} \text{Farad}, \quad v_{gb} = 110 \text{V}$$

$$C_2 = 20 @ 10^{-12} \text{Farad}, \quad V_{dd} = 310 \text{V}, \quad J = 1 \text{mA}$$

在本电路中, 我们规定当连续两次漏端电压迭代波形差的规范值小于  $10^{-3}$  时, 我们认为已经达到收敛了。

采用本文的算法, 得到: 周期是 1.000GHz, 漏电压和源电压稳态波形如图 2 和 3 所示, 同一电路用工业界公认的器件仿真器 MEDICI<sup>[8]</sup> 得到的波形如图 4 和 5 所示, 可见, 两者吻合很好。需要指出的是 MEDICI 是一个二维器件仿真软件, 主

要是用于仿真晶体管等半导体器件的电行为。本算法中我们采用的晶体管模型是一个简化的整体模型<sup>[4]</sup>, 而 MEDICI 中, 一些寄生效应也被自动地考虑了<sup>[8]</sup>, 这正是我们需要特别指出的地方。

鉴于初值的选取对迭代算法的收敛有较大的影响, 为了说明本算法的收敛性, 我们进行了一些试验, 结果发现: 晶体管端电压初始猜值可以是任意常数都能达到很好的收敛; 对于周期 T 的初始猜值, 进行了专门的测量, 结果如表 1 所示, 从满足收敛情况下的 CPU 时间和迭代次数, 也可以看出, 该算法具有很好的收敛性。

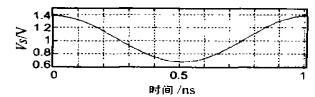
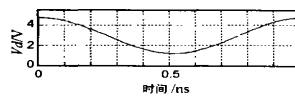
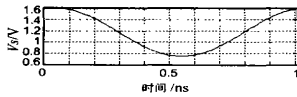
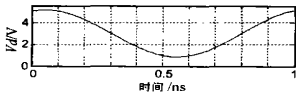


图 2 用本文算法得到的漏电压 图 3 用本文算法得到的源电压 图 4 用 MEDICI 得到的漏电压 图 5 用 MEDICI 得到的源电压

表 1 T 的初始猜值

初始值 $T^0(\text{sec})$	迭代次数	CPU 时间(min)
$0.80 @ 10^{-9}$	50	1.9
$0.90 @ 10^{-9}$	41	1.6
$0.97 @ 10^{-9}$	49	2.0
$1.00 @ 10^{-9}$	48	1.8
$1.10 @ 10^{-9}$	44	1.7
$1.20 @ 10^{-9}$	54	2.1
$1.30 @ 10^{-9}$	27	0.9

### 5 结束语

本文将基于 MOSFET PDE 模型的自治电路中的晶体管和 R、L、C 电路分离, 从而把 PDE 描述的晶体管方程从整个复杂系统中分离出来, 可以采取相对独立的算法求解 PDE 子系统, 避免求解 PDE 周期稳态响应的复杂过程。同时, 为了解决自治电路中 PDE 和 ODE 之间的紧耦合问题, 主要采取把 PDE 更新晶体管电流的计算嵌入到 ODE 边值问题过程中的方法: 即 PDE 求解、ODE 初值问题求解和更新 ODE 初始状态变量三个过程一起构成 ODE 边值问题, 完成两者之间有效的迭代, 从而得到了一种快速收敛的 RF 自治电路周期稳态求解算法。

### 参考文献:

[ 1 ] F R Collin, T N Trick. Fast periodic steady state analysis of large signal electronic circuits [ J ]. IEEE Journal of Solid State Circuits, 1973, SC28 (4): 260- 269.

[ 2 ] Kenneth S Kundert, Alberto Sangiovanni Vincelli. Finding the steady

state response of analog and microwave circuits [ A ]. IEEE 1998 Custom Integrated Circuits Conference [ C ]. 1998. 6. 1. 1- 6. 1. 7.

[ 3 ] Willy Sansen, Johan Huijsing, Rudy van de Plassche. Analog Circuit Design: (X)DSL and other communication System RF MOST Models; Integrated Filters and Oscillators [ M ]. Kluwer Academic Publishers, 1999. 171- 225.

[ 4 ] O Wing, Tan Jun, Lai Jinmei, Ren Junyan, Zhang Qianling. Iterative solution of ODE/PDE/AE systems for RF circuit simulation [ A ]. 2002 IEEE International Symposium on Circuits and Systems [ C ]. Scottsdale, Arizona, 2002. IV23172IV2320.

[ 5 ] O Wing, Fu Yawei, Lai Jinmei, Zhang Qianling. Simulation of RF circuit with a PDE model of the MOSFET [ A ]. 2001 4th International Conference on ASIC [ C ]. Proceedings, 2001. 662- 665.

[ 6 ] Wu Xinyu, Lai Jinmei, Omar Wing. Periodic Steady State Solution of PDE/ODE System for RF Circuit Simulation [ A ]. 2002 1st IEEE International Conference of Communications, Circuits and Systems [ C ]. June, Chendu, P. R. China, 2002. 1339- 1342.

[ 7 ] U M Ascher, L R Petzold. Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential Algebraic Equations [ M ]. SIMA, 1998.

[ 8 ] Avant! MEDICI Two Dimensional Device Simulation Program [ Z ]. Version 1999. 2 User's Manual, Avant! Corporation, TCAD Business unit, Fremont, California, July 1999.

[ 9 ] Y Tsividis. Operation and Modeling of the MOS Transistor [ M ]. Mc Grav-Hill, 2<sup>nd</sup> edition, 1999.

[ 10 ] Thomas H Lee. The design of CMOS radiofrequency integrated circuits [ M ]. Chapter 13, Stanford University, Cambridge University Press, 1998.

### 作者简介:

王金梅 女, 1965 年出生于浙江, 博士, 主要研究兴趣为集成电路设计及其设计方法学研究。Email: jmlai2000@163.net.